

数学科学習指導案

研究主題

数学的な思考力、判断力、表現力等を育む学習指導の在り方

～一人一人を生かす数学的活動の充実を目指して～

1 単元名 平方根（第3学年、「A 数と式」）

2 単元について

本単元にいたるまでに、小学校第5学年で「小数と分数」、中学校第1学年で「正の数・負の数」と数の範囲を拡張し、それぞれの数の必要性和意味を理解し、その四則計算について学習している。その後、文字を用いた式や方程式、関数、確率などについての学習を通して、数についての理解を一層深めている。数の範囲を拡張することは、新しい数が導入され、これまで数で表すことができなかったものが思考の対象になることを意味する。日常生活には、例えば、1辺1mである正方形の対角線の長さのように、これまでの有理数では表すことができない量が存在している。このような量を定めるためには新しい数が必要になる。また、数を2乗することの逆演算を考える場面で、有理数ではない数が存在することの理解が必要になる。このような学習を通して、平方根の必要性を理解できるようにしたい。平方根を含む式の計算では、文字式の計算での同類項をまとめる手続きと同じようにして考えることができるが、計算の手続きだけでなく計算の意味も図ることを重視したい。さらに、様々な事象における問題解決の場面において、平方根を用いて表したり処理したりすることができるようにしたい。その後、平方根についての理解は、二次方程式や三平方の定理などを学習する際に不可欠のものである。二次方程式を解く場合や、三平方の定理を活用して長さを求める場合には、有理数だけでは不十分である。そのため、平方根の必要性和意味を理解し、平方根を含む簡単な式の計算ができるようにするとともに、具体的な場面で平方根を用いて表したり処理したりすることを通して、数学内の様々な場面で平方根を活用できるようにしたい。

以上のことから、本単元における「数学的な思考力、考察力、表現力が高まった生徒像」を次のように捉える。一つ目は「平方根の乗法は $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ 、除法は $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a > 0, b > 0$) を基に計算できることを考察し表現することができる」、二つ目は「平方根を含む加法や減法の式の計算の方法については、文字を用いた式の計算の方法と同様にできることを考察し表現することができる」、三つ目は「様々な事象を平方根を用いることで、数を表したり処理したりする範囲が広がることを理解し活用することができる」である。そのためには、既習の数や文字式の計算方法と関連付けて、平方根を含む式の計算の方法を見出したり、平方根を具体的な場面で活用したりできるようにしたい。

本題材では、平方根が日常生活に結びついていることを学習の過程で理解させたい。日常生活においてもよく利用されるA判、B判の紙は、2辺の長さの比が $1 : \sqrt{2}$ になるようにつくられている。このことは、紙を折っていくと、はじめの折り目と、長い辺が一致することから確かめることができる。さらに、B5をB4にするときの倍率にも関連がある。このように身の回りの中には平方根が利用されていて、それらには美しい比（ $1 : \sqrt{2}$ を白銀比と呼ぶこともある）が隠れている。事象の中に潜む関係の規則性を見出す活動を通じて、数学のもつ美しさを味わえるようにしたい。また、紙の長さを表す際に、近似値になっていることについても触れていきたい。

3 生徒の実態

4 「一人一人を生かす数学的活動」について

一人一人の確かな学力の育成に向け、愛知教育大学志水廣氏が開発した『志水式音声計算練習法』を授業で実践している。これは、プリントに書かれた問題を念頭処理で解き、答えを声に出すドリル学習である。2人のペアを作り、1人が念頭処理で声に出して答えを言い、その答えをもう1人が聞き、あっているかどうかを瞬時に確認していく。1分間で問題を解くことと答え合わせの両方を行う。普通の計算ドリルと違い、すぐに正誤が分かり、取り組む時間が決まっていることもあって、計算力、集中力が高めることができる。ペアで活動することで、自然と会話や認め合い、励まし合いが生まれ、一人一人を生かす活動ができると考えている。そして、このような活動を日々行うことにより、自分の考えを发表或し、理由を説明したりする場面でも、学級や授業集団内の会話が促進される効果があると考えている。

5 単元の目標

- (1) 平方根についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりすることができる。
- (2) 数の範囲に着目し、数の性質や計算について考察したり、文字を用いて数量の関係や法則などを考察したりすることができる。
- (3) 平方根について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとしたり、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりすることができる。

6 評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①数の平方根の必要性和意味を理解している。 ②数の平方根を含む簡単な式の計算をすることができる。 ③具体的な場面で数の平方根を用いて表したり処理したりすることができる。 ④根号の意味を理解している。 ⑤有理数と無理数について理解している。 ⑥ $\sqrt{\quad}$ の記号を用いて身の回りの様々な事象を表したり、処理したりすることができる。 ⑦近似値と誤差の意味や有効数字の意味を理解している。 ⑧数を、 $a \times 10^n$ の形に表すことを理解している。	①既に学習した計算の方法と関連付けて、数の平方根を含む式の計算の方法を考察し表現することができる。 ②数の平方根を具体的な場面で活用することができる。	①数の平方根の必要性和意味を考えようとしている。 ②数の平方根について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③数の平方根を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

7 指導と評価の計画

単元指導及び評価計画「平方根」 16 時間【本時の展開 7 時間目】

時	小単元名	○学習問題（学習課題） ・ 学習内容 波線下線…一人一人を生かす数学的活動	評価の観点			主たる評価 [観点](評価方法)
			知	思	態	
1	平方根	○正方形をつくろう。 ・ <u>方眼紙にいろいろな正方形をかき、その面積と辺の関係から1辺の長さについてどんなことがいえるか考える。</u> ・ 平方根の意味を理解する。	◎		○	[知]平方根の必要性和意味を理解しているか。(行動観察)
2		○2乗すると a になる数について学ぼう。 ・ 根号 $\sqrt{\quad}$ を使って、平方根を表す。 ・ 0の平方根は0であることや、負の数の平方根は考えないことを確認する。 ・ 記号 $\pm$ を使って、平方根を表す。	◎		○	[知]根号の意味を理解しているか。(ノート、ドリル)
3		○平方根の大小について学ぼう ・ 平方根の大小について考える。 ・ 平方根の大小を不等号を使って表す。 ・ 負の数どうしの大小関係を確認する。	◎		○	[知]具体的な場面で平方根を用いて表したり処理したりすることができるか。(ノート)
4	平方根の値	○平方根の値について調べよう。 ・ 面積 2 cm^2 の正方形の1辺の長さを測り、 $\sqrt{2}$ の近似値を小数第1位、小数第2位、…と調べ、限りなく続く小数で表されることを理解する。 ・ 電卓を使って、平方根の近似値を求める。	◎		○	[知] $\sqrt{\quad}$ の記号を用いて身の回りの様々な事象を表したり、処理したりすることができるか。(ノート)
5	有理数と無理数	○有理数と無理数について学ぼう。 ・ 有理数と無理数の意味を理解する。 ・ <u>一人一人がいくつかの分数を小数で表して、その特徴を考察する。</u> ・ 小数と、有理数・無理数の関係をまとめる。	◎	○		[知]有理数と無理数について理解しているか。(ノート)
6	真の値と近似値	○長さなどの測定して得られた値について考えよう。 ・ 線分の長さなどを実際に測り、測定値、真の値、近似値、誤差、有効数字などの用語とその意味を理解する。 ・ 有効数字の意味と表し方を理解する。	◎		○	[知]近似値と誤差の意味や有効数字の意味を理解しているか。(ノート) [知]数を、 $a \times 10^n$ の形に表すことを理解しているか。(ノート)
7 本時	節末	○身の回りにある紙の秘密を探ろう。 ・ 紙の長さを測定し、紙の大きさが $1 : \sqrt{2}$ になることを予想して考察し、 <u>お互いに説明し合うとともに、$1 : \sqrt{2}$となる理由を話し合う。</u>		◎	○	[思]平方根を具体的な場面で活用することができるか。(行動観察、ノート)

8	根号を ふくむ 式の乗 法、除 法	○根号をふくむ式の乗法、除法について学ぼう。 ・ <u>長方形の面積を考える場面で、$\sqrt{\quad}$のついた数の積のきまりを予想し、その予想が正しいかどうかを確かめる方法を考え、表現させる。</u> ・ $\sqrt{\quad}$ のついた数の乗法、除法を計算する。 ・数を $\sqrt{a}$ の形で表す。	○	◎	○	[思]既に学習した計算の方法と関連付けて、平方根を含む式の計算の方法を考察し表現することができるか。(行動観察、ノート、ドリル)
9		○ $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にしよう。 ・素因数分解を使って、 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にして表す。 ・ $\sqrt{\quad}$ の中を簡単にしてから、積を計算する。	◎	○		[知]平方根を含む簡単な式の計算をすることができるか。(ノート、ドリル)
10		○分母を根号をふくまない形にすることについて学ぼう。 ・分母を有理化することの意味を理解する。 ・分母の有理化をする。	◎	○		[知]具体的な場面で平方根を用いて表したり処理したりすることができるか。(ノート、ドリル)
11		○ $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の値について学ぼう。 ・ $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の値を求める。 ・ $\sqrt{\quad}$ の中の数を10倍、100倍、…、あるいは、0.1倍、0.01倍、…したときのきまりを考え、話し合う。 ・分母を有理化するよさや $a\sqrt{b}$ の形に表すことのよさを確認する。	○	◎		[思]既に学習した計算の方法と関連付けて、平方根を含む式の計算の方法を考察し表現することができるか。(行動観察、ノート)
12	根号を ふくむ 式の計 算	○根号をふくむ式の和と差について学ぼう。 ・ <u>具体的な数の例から、近似値などを用いて、加法のきまりを予想する。</u> ・根号の中の数が同じ場合は、文字式と同類項どうしの計算と同じように考え、計算ができることを理解する。	○	◎	○	[思]既に学習した計算の方法と関連付けて、平方根を含む式の計算の方法を考察し表現することができるか。(行動観察、ノート、ドリル)
13 14		○根号をふくむ式の積と商について学ぼう。 ・ $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の展開をする。 ・乗法の公式を使った式の計算をする。	◎	○		[知]平方根を含む簡単な式の計算をすることができるか。(ノート、ドリル)
15	平方根 の利用	○平方根を利用して、いろいろな問題を解決しよう。 ・ピザを作る場面で、ピザの面積を2倍にするには、ピザの半径をどうすればよいか考える。また、解決過程を振り返って、面積が3倍の場合を考察する。		○	◎	[態]平方根について学んだことを生活や学習に生かそうとしているか。(行動観察、ノート) [態]平方根を活用し

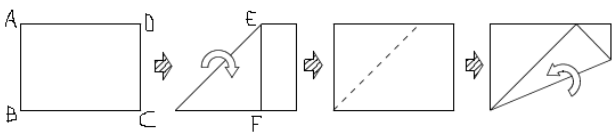
		・「丸太から、切り口ができるだけ大きな正方形の角材を取る」という場面で、正方形の面積の値の平方根のうち、正の数が正方形の1辺の長さであることをまとめる。				た問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしているか。(ノート)
16	章末	○「学びをたしかめよう」 ○「学びを身につけよう」 ・章末問題に取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価する。	○	○	◎	[態]平方根を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしているか。(ノート)

8 本時（第7時）について

（1）本時の目標

- ①平方根を具体的な場面で活用することができる。【思考力、判断力、表現力等】
- ②平方根の必要性和意味を考えようとしている。【学びに向かう力、人間性等】

（2）本時の展開

過程	生徒の学習内容と活動 波線下線部…一人一人を生かす数学的活動	教師の指導・留意点 ◎指導や支援 ◆評価(評価方法)
問題 把握 5分	1 $\sqrt{\quad}$のついた数を、身の回りから見つける。 【予想される生徒の反応】 正方形の対角線、三角定規、斜めの線の長さ 2 身の回りにある教科書(ノート)やA4判プリントに隠された$\sqrt{\quad}$のついた数について予想する。 【予想される生徒の反応】 縦と横の長さの割合、対角線の長さ、面積 [学習問題] 身の回りにある紙の秘密を探ろう。	◎新しく学んだ平方根について、身の回りの事象を見直して、生徒の興味関心を高める。 ◎普段使っている紙と、$\sqrt{\quad}$のついた数が関係あるのか、自由に予想させる。
予想 10分	3 教科書(B5判)の2辺の長さを測って考える。 ・縦257mm、横182mm ・縦÷横がおおよそ1.41で$\sqrt{2}$の近似値 4 紙のつくりを確認する ・B5判の紙を配って、下の図のように折る 	◎長さについては有効数字3桁で近似値を確認する。長さ自体に$\sqrt{\quad}$のついた数が見出せなく、どこに隠されているか予想と照らし合わせ、割合が出てこない場合はこちらから提示する。 ◎紙を折ることでBC(横の長さ)がBE(正方形の対角線の長さ)と同じ長さになることを確かめる。

自力 解決 15分	5 B 5判の紙の長方形は、隣り合う2辺の比が $1 : \sqrt{2}$ になっているかどうかを $AB=1$ として考えさせる。 【予想される生徒の反応】 ・四角形 ABFE を正方形ととらえると面積は1 この正方形の対角線 $BE=\sqrt{2}$ となる $BE=BC$ だから、$AB:BC=1:\sqrt{2}$ ・四角形 ABFE をひし形ととらえると面積は 対角線 $BE \times$ 対角線 $BE \div 2 = 1$ つまり、$BE^2=2$ となるから、$BE=\sqrt{2}$ $BE=BC$ だから、$AB:BC=1:\sqrt{2}$ 6 $BC=\sqrt{2}$ であることを全体で共有する。 ・タブレットで説明部分の写真を撮り、大型テレビで映して共有する。 ・書いた生徒に説明させ、<u>その後ペアでお互いに説明を簡単に復唱させる。</u>	◎面積が1の正方形の対角線の長さが $\sqrt{2}$ であることを改めて見直す。 ◆平方根を具体的な場面で活用することができるか。【思考・判断・表現】（行動観察、ノート） ◎タブレットで撮った写真をクラスルームにあげることで、授業後に復習できるようにする。
比較 検討 15分	7 身の回りにある長方形の紙について、他の紙ではどうなっているか考える。 ・B 4判、A 4判の紙を配って、同じように隣り合う2つの辺の比が $1:\sqrt{2}$ になることを確認する。 ・他のサイズと比較し、気づいたことをあげる。 【予想される生徒の反応】 ・B 5判の横とB 4判の縦の長さが同じ ・B 5判は、B 4判の半分の面積 ・B 5判の対角線とA 4判の縦の長さが同じ 8 <u>小グループで意見を出し合い、新たな意見をノートにまとめ、振り返る。</u>	◎ここでは、様々な意見を認めつつ、B 5判とB 4判の長方形に着目し、隣り合う2つの辺の比が $1:\sqrt{2}$ になる長方形の場合、面積を半分にしても、辺の比が変わらないことから、長方形の大きさが変わっても形が変わらないことを明らかにして、白銀比につなげる。 ◆平方根を必要性と意味を考えようとしているか。【主体的に学習に取り組む態度】（行動観察、ノート）
まとめ 5分	9 本時の学習を振り返る。 〔まとめ〕A判、B判の紙は、$1:\sqrt{2}$ の長方形になっている。（白銀比）	◎時間があれば、コピー機で拡大する場面を紹介し、B 5をB 4に拡大するとき、141%と出てくることから、拡大にも平方根の考え方が活用されていることを伝える。

(3) 本時の評価

①平方根を具体的な場面で活用することができるか。【思考・判断・表現】

②平方根の必要性と意味を考えようとしているか。【主体的に学習に取り組む態度】

(4) 板書計画

身の回りにある紙の秘密を探ろう。	$BC=BE$		○他のサイズの紙と比べよう
○教科書の2辺の長さを測って比べよう。	$AB=1$		・B5横とB4縦が同じ
縦257mm、横182mm	四角形ABFEは正方形		・B5はB4の半分の面積
縦÷横 $=257\div182=1.412$	$AB=1$ だから面積は1		⇒面積を半分にしても、長さの比が変わらない！
B5判の紙の長方形は、隣り合う2辺の比が $1:\sqrt{2}$ になっているか？	BEはこの正方形の対角線	A判、B判の紙は、$1:\sqrt{2}$の長方形になっている。(白銀比)	
	$BE=\sqrt{2}$		
	$BC=BE$ だから		
	$BC:BE=1:\sqrt{2}$	○B5→B4は $\sqrt{2}$ 倍(1.41倍)	

(5) 発問計画

- ①展開1「これまで $\sqrt{\quad}$ のついた数について学んできましたが、私たちの身の回りから見つけられますか？(私たちが使っているものの中にもありますよ)」
- ②展開2「私たちが使っている教科書、ノートにも、 $\sqrt{\quad}$ のついた数が隠れてます。どこでしょう？」
- ③展開3「実際に2辺の長さを測ってみましょう。そこから比べてみましょう。」
- ④展開5「隣り合う2辺の比が $1:\sqrt{2}$ になっているかどうか？ $BC=BE$ であることから、 $AB=1$ として、BEの長さを考えてみましょう。」
- ⑤展開7「B4判もA4判も同じことが言えます。なぜこのような辺の比につくられているか？他のサイズの紙と比較して、気づいたことをノートにあげよう。」
- ⑥展開9「コピー機でB5をB4にすると、何倍になるのでしょうか？その理由は？」